

Differential and Integral Methods

משקל: 6

הגדרת פונקציה ממשית, תחום הגדרה, טווח, גרף, הזזות של גרף, פונקציה מונוטונית, פונקציה הפוכה, פונקציה מורכבת. הפונקציות האלמנטריות: הפונקציה הלינארית ומשוואת הישר, הפונקציה הריבועית ותכונותיה, פולינומים, משוואת המעגל, האליפסה וההיפרבולה, חזקות, הפונקציה המעריכית, לוגריתמים, הפונקציות הטריגונומטריות: מחזור, משרעת, תדר, מופע (פאזה), הפונקציות ההפוכות, הפונקציות ההיפרבוליות והיפוכן, הערך המוחלט, הערך השלם. (החומר נמצא בפרקים 1.1–1.6 ו-6). הגדרת אינטואיטיבית של הגבול והגדרת הגבול באמצעות (δ, ε) , דוגמאות. גבולות חד-צדדיים. הגדרת

המספר e כגבול, חישוב הגבול $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$. הגדרת רציפות, מיון סוגי אי-רציפות. תכונות ערכי הביניים

של פונקציה רציפה, קיום פונקציה הפוכה ורציפותה. קיום קיצון בקטע סגור. רציפות הפונקציות האלמנטריות, רציפות במידה שווה.

שיפוע של ישר, שיפוע של מיתר, שיעור השתנות, נגזרת כמהירות וכשיפוע, משוואת המשיק והניצב לקו $y = f(x)$. הגדרת הנגזרת, חישוב נגזרות של פולינומים ושל חזקות שליליות, הנגזרת של $\sin x$, $\cos x$.

אריתמטיקה של נגזרות, נגזרת של $\ln x$, $\cos x$, $\tan x$, פונקציה הפוכה ונגזרתה

(6.1, 6.7). e^x , $\arcsin x$, $\arctan x$ של הנגזרות

כלל השרשרת, נגזרת של חזקה רציונאלית, נגזרת של $\sinh x$, $\cosh x$, $\tanh x$, $\arctan h(x)$

$\arcsin h(x)$, $\arccos h(x)$. הצגת הפונקציה $a^x = e^{x \ln a}$ וגזירתה לפי כלל השרשרת.

משפט Rolle, משפט ערך הביניים של Lagrange, משפט Cauchy ויישומו לכלל l'Hospital לחישוב

גבולות מהצורה $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty - \infty$, $\frac{0}{\infty}$, $\frac{\infty}{0}$ (2.5–3.6).

לינאריזציה ודיפרנציאל, אריתמטיקה של דיפרנציאלים (לפי כלל השרשרת, החלפת משתנים), נוסחת טיילור לנוסחת הבינום של Newton.

תחומי עליה ותחומי ירידה של פונקציה באמצעות נגזרתה. מינימום ומקסימום מקומיים, יישום נוסחת Taylor לתנאי מספיק לקיצון (3.7). קמירות, קעירות ונקודת פיתול של פונקציה. חקירת פונקציות.

הגדרת $i = \sqrt{-1}$, הצגה טריגונומטרית של מספרים מרוכבים, אריתמטיקה, נוסחת Euler $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ בעזרת טורים של הפונקציות הטריגונומטריות.

אינטגרל לא מסוים, אריתמטיקה של אינטגרלים ונוסחאות מיידיות. החלפת משתנים. אינטגרל של פונקציה רציונלית, שיטות אינטגרציה: הצבה, חלקים, אינטגרל לא אמיתי (פרק 7).

אינטגרל מסוים, האינטגרל לפי רימן ותנאים לקיומו. אינטגרל עליון ותחתון לפי Darboux, תכונות האדיטיביות והלינאריות של האינטגרל. המשפט היסודי של החשבון האינטגרלי, חישוב אינטגרלים מסויימים. אינטגרל התלוי בפרמטר וכלל Leibnitz לגזירה של אינטגרלים אלה לפי הפרמטר. חישוב אינטגרלים ע"י פיתוח לטור. (8.6–8.9).

יישומים של האינטגרל לחישוב שטח, אורך קשת, נפח של גוף סיבוב, מומנטים, מרכז מסה, כללי פאפוס (גולדין) (פרקים 4-5, 8-6). אינטגרל לאורך קו מסוג ראשון ושני.

פונקציות של שני משתנים, נגזרות חלקיות, גרדיאנט, רוטור, דיברגנץ, אנליזה וקטורית. תנאי הכרחי שווקטור מישורי יהיה גרדיאנט, מישור משיק וניצב למשטח, כלל השרשרת, דיפרנציאלים, נגזרת של פונקציה סתומה. נוסחת Taylor בשני משתנים, נקודות קיצון.

אינטגרלים כפולים ומשולשים בשיעורים קרטזיים, הקשר לאינטגרלים איטרטיביים והחלפת סדר אינטגרציה.

אינטגרל מסוג שני לאורך קו ועבודה. אי-תלות אינטגרל קווי במסלול (שדה משמר).

הגדרת אלמנט שטח על משטח, שטח פנים, אינטגרל משטחי מסוג ראשון ושני. נוסחאות Gauss, Stokes.

ספרי לימוד:

Protter, M.H. and C.B. Morrey. A First Course in Real Analysis, 2nd ed., Springer, 1991.

Thomas, G.B. and R.L. Finney. Calculus and Analytic Geometry, 9th ed., Addison & Wesley, 1996.